

MATEMÁTICA

MÓDULO 2

Eje temático: Estadística y probabilidades

1. REGLA DE LAPLACE

Cuando un suceso va a ocurrir, en ciertos casos es posible que se pueda predecir su resultado. Si se puede predecir diremos que es un *fenómeno determinístico*. En caso contrario, se trataría de un *evento aleatorio*.

Lanzar una moneda al aire, por ejemplo, constituye un fenómeno de tipo **aleatorio**, pues en este caso no se puede asegurar si saldrá cara o sello.

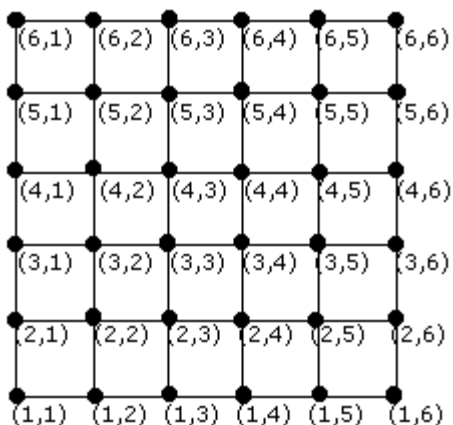
La *probabilidad* es una rama de las matemáticas que estudia este tipo de fenómenos.

El *espacio muestral* es el conjunto de todos los resultados posibles de un experimento aleatorio, y lo designaremos con la letra E.

En el caso de la moneda, los resultados posibles son cara y sello, por lo tanto, su espacio muestral es $E = \{\text{cara, sello}\}$

En el caso de arrojar un dado: $E = \{1,2,3,4,5,6\}$

Si se tiran dos dados distintos, su espacio muestral puede ilustrarse mediante el siguiente diagrama:



En este caso el espacio muestral está formado por 36 elementos.

Se llama **evento** a todo subconjunto del espacio muestral. Por ejemplo, si se tiran dos dados, un evento puede ser que la suma de las puntuaciones sea igual a seis.

La probabilidad de un evento es un valor que nos permite determinar qué tan posible es que un evento ocurra o no.

La definición clásica de probabilidad, dada por la **regla de Laplace**, se ocupa cuando todos los resultados posibles de un experimento aleatorio tienen la misma probabilidad (son *equiprobables*).

En el diagrama anterior, donde se muestra el espacio muestral para el experimento aleatorio de lanzar dos dados, cada uno de los resultados tiene la misma probabilidad, si consideramos que los dados “no están cargados”.

La probabilidad de que un evento A ocurra se anota $P(A)$ y se calcula mediante el cociente:

$$P(A) = \frac{\text{número de casos favorables a } A}{\text{número de casos totales}}$$

Esto es válido, eso sí, cuando en el experimento aleatorio todos sus resultados son equiprobables.

2. TIPOS DE EVENTOS

Un evento se denomina **cierto** cuando siempre ocurre, siendo igual al espacio muestral, por lo que su probabilidad es uno.

Un evento se denomina **imposible** cuando nunca ocurre, y por lo tanto su probabilidad es cero.

Dos eventos se denominan **complementarios** cuando su unión da el espacio muestral y su intersección es vacía. La suma de las probabilidades de dos eventos complementarios es uno.

Propiedades de la probabilidad

Sea A un evento, entonces la probabilidad de este evento cumple las siguientes propiedades:

- (1) $P(A) \geq 0$
- (2) $P(A) \leq 1$
- (3) $P(A \cup A^c) = 1$

Ejemplo:

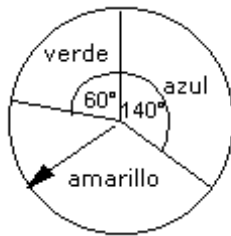
Si se tiran dos dados, ¿cuál es la probabilidad de que la suma de las puntuaciones sea mayor que 8?

Los casos favorables son los siguientes: (3,6), (6,3), (4,5), (5,4), (5,5), (4,6), (6,4), (5,6), (6,5) y (6,6).

Por lo tanto, los casos favorables son 10 y los casos totales son 36, por lo tanto, $P(A) = \frac{10}{36} = \frac{5}{18}$

Ejemplo:

Según la ruleta dada en la figura adjunta, ¿cuál es la probabilidad de que salga el color amarillo?



A la zona amarilla le corresponde un ángulo central de $360^\circ - 60^\circ - 140^\circ = 160^\circ$.

Al total de casos le corresponden 360° .

Por lo tanto, la probabilidad de que salga la zona amarilla es:

$$P(A) = \frac{160^\circ}{360^\circ} = \frac{4}{9}$$

Ejemplo:

En una caja hay dos bolitas negras y seis verdes. ¿Cuál es la probabilidad de que, al sacar una bola al azar, esta sea verde?

Los casos favorables son 6 y los totales son 8, por lo tanto, la probabilidad es:

$$P(\text{verde}) = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$$

Ejemplo:

En una caja hay bolitas rojas y negras. La probabilidad de sacar una roja es $\frac{3}{5}$ y se sabe que hay 12 bolitas negras. ¿Cuántas bolitas hay en total?

Como la probabilidad de sacar una roja es $\frac{3}{5}$, se deduce que la probabilidad de sacar una negra es $\frac{2}{5}$ (evento complementario). Por lo tanto, los $\frac{2}{5}$ de las bolitas de la caja deben ser negras.

Si x es el número total de bolitas, tenemos la ecuación:

$$\frac{2}{5}x = 12 \Rightarrow x = 30$$

Por lo tanto, hay un total de 30 bolitas en la caja.

3. REGLA DE MULTIPLICACIÓN DE PROBABILIDADES

Si se tienen varios eventos sucesivos e independientes entre sí, la probabilidad de que ocurran todos ellos corresponde a la multiplicación de las probabilidades de cada uno de los eventos.

Ejemplo:

Si se responde al azar cuatro preguntas con cinco opciones cada una, ¿cuál es la probabilidad de acertar a todas?

La probabilidad de acierto en cada una de las preguntas es $\frac{1}{5}$. Por lo tanto, la probabilidad de acertar en las cuatro es:

$$P(A) = \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{625}$$

Ejemplo:

Suponiendo que la probabilidad de tener un hijo o una hija es $\frac{1}{2}$, ¿cuál es la probabilidad de que al tener tres hijos, 2 solamente sean varones?

Si H es que nazca un hombre y M una mujer, tenemos los siguientes casos favorables:

HHM-HMH-MHH

La probabilidad de cada uno de estos eventos es: $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$

Por lo tanto, la probabilidad pedida es $\frac{3}{8}$

Sitios sugeridos

http://www.tareasya.com/noticia.php?noticia_id=1765

http://descartes.cnice.mecd.es/3_eso/Azar_y_probabilidad/azar_probabilidad_3.htm

<http://www.arrakis.es/~mcj/azar06.htm>